

**Министерство образования и науки РФ**  
**ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»**  
**Институт экологии и природопользования**  
**кафедра почвоведения**

**Составитель**

**К.Г. Гиниятуллин, А.А. Валеева, Е.В. Смирнова**

**Математические методы в почвоведении**  
**Краткий конспект лекций**

**Казань-2016**

**Направление:** 06.03.02 «Почвоведение», профиль – управление качеством почв и биотехнология. Учебный план – очное 2016 г.

**Дисциплина:** «Математические методы в почвоведении» (бакалавриат, 3 курс, 5 семестр).

**Количество часов:** 144 ч. (в том числе: лекции – 16, практические занятия – 60, самостоятельная работа – 72), форма контроля: экзамен.

**Аннотация:** *Дисциплина знакомит студентов с основами теории вероятностей и методами математической обработки данных. Рассматриваются методы статистической обработки результатов почвенных исследований, полевых опытов и способы статистически обоснованного представления научных результатов в почвоведении. При прохождении курса обучающиеся должны приобрести навыки статистической обработки результатов изучения почв, с применением компьютерной техники и пакетов статистических программ.*

. Темы курса:

1. Предмет и задачи курса. Основы теории вероятностей. Виды изменчивости.
2. Закон нормального распределения. Оценка соответствия выборки закону нормального распределения.
3. Генеральная и выборочная совокупность. Параметрические характеристики выборки.
4. Законы распределения отличные от нормального распределения. Непараметрические характеристики выборки.
5. Параметрические методы проверки статистических гипотез.
6. Непараметрические методы проверки статистических гипотез.
7. Дисперсионный анализ. Анализ однофакторных дисперсионных комплексов.
8. Анализ многофакторных дисперсионных комплексов. Использование дисперсионного анализа для оценки результатов полевых опытов.
9. Корреляционный анализ.
10. Регрессионный анализ.

**Составитель курса:** Валеева Альбина Альбертовна, ассистент кафедры почвоведения, Гиниятуллин Камиль Гашикович, доцент кафедры почвоведения, Смирнова Елена Васильевна, заведующая кафедрой почвоведения тел.:89274001248, e-mail: valeyabc@mail.ru

**Дата начала эксплуатации:** 1 сентября 2017 года

**Оглавление**

Тема 1. Предмет и задачи курса. Основы теории вероятностей. Виды изменчивости.	5
Тема 2. Закон нормального распределения. Оценка соответствия выборки закону нормального распределения.	7
Тема 3. Генеральная и выборочная совокупность. Параметрические характеристики выборки.	9
Тема 4. Законы распределения отличные от нормального распределения. Непараметрические характеристики выборки.	11
Тема 5. Параметрические методы проверки статистических гипотез.	13
Тема 6. Непараметрические методы проверки статистических гипотез.	15
Тема 7. Дисперсионный анализ. Анализ однофакторных дисперсионных комплексов.	17
Тема 8. Анализ многофакторных дисперсионных комплексов. Использование дисперсионного анализа для оценки результатов полевых опытов.	18
Тема 9. Корреляционный анализ	21
Тема 10. Регрессионный анализ.	23
Общий глоссарий к ЭОР «Математические методы в почвоведении»	26
Общие информационные ресурсы ЭОР «Математические методы в почвоведении»	30
Вопросы к итоговой оценке знаний (экзамену) ЭОР «Математические методы в почвоведении»	32

## **Тема 1. Предмет и задачи курса. Основы теории вероятностей. Виды изменчивости.**

**Аннотация:** Тема раскрывает цели и задачи математической статистики. Даются основные понятия математической статистики и теории вероятностей.

**Ключевые слова.** Генеральная совокупность, выборка, признаки, дискретные величины, случайные величины, репрезентативность.

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- В данной лекции приводятся предметы, методы, задачи и методологические основы изучаемой дисциплины.
- В качестве самостоятельной работы предлагается написание эссе по следующим темам (на выбор студента):
  - Роль статистики в почвоведении.
  - Количественные данные в почвоведении
  - Качественные данные в почвоведении (номинальные и порядковые)
  - Закон нормального распределения Гаусса-Лапласа.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы и темы для самоконтроля знаний.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.
- 3) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.
- 4) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995.- 291с.
- 5) Электронная библиотека МГУ - [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)

б) Сайт теория вероятностей и математическая статистика

<http://www.teorver.ru/>

Сайт "Теория вероятностей" <http://tever.ru/>

### **Глоссарий**

*Генеральная совокупность, генеральная выборка (от лат. generis - общий, родовой - совокупность всех объектов (единиц), относительно которых учёный намерен делать выводы при изучении конкретной проблемы.*

*Выборочная совокупность - часть генеральной совокупности элементов, которая охватывается наблюдением.*

### **Вопросы для изучения:**

- ✓ Цели и задачи математической статистики.
- ✓ Основы теории вероятностей.
- ✓ Понятия генеральная совокупность и выборочная совокупность.
- ✓ Репрезентативность выборки и рандомизация.
- ✓ Виды изменчивости.
- ✓ Распределение частот и его графическое изображение.
- ✓ Количественная и качественная изменчивость.

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Предмет и задачи курса. Понятия об испытаниях, событиях и величинах. Теория вероятностей как основа математической статистики. Признаки и их классификация. Статистическая совокупность. Распределение вероятностей для дискретных и непрерывных случайных величин. Генеральная совокупность и выборка. Построение вариационных рядов и их графическое представление. Репрезентативность и рандомизация выборки.

## **Тема 2. Закон нормального распределения. Оценка соответствия выборки закону нормального распределения.**

**Аннотация.** В данной лекции дается понятие нормального закона распределения и методы проверки нормальности распределения.

**Ключевые слова.** Нормальное распределение, кривая Гаусса, асимметрия.

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается понятие нормального закона распределения. Рассматривается эмпирическое распределение и теоретическое и тесты, которые используются для проверки распределения.
- В качестве самостоятельной работы студентам предлагается ответить на вопросы:
  - Закон нормального распределения Гаусса-Лапласа.
  - Можно ли при отсутствии нормального распределения использовать показатели выборочной средней и дисперсии?
  - Можно ли использовать непараметрические методы статистики при нормальном распределении?
  - Условия применения критерия хи-квадрат для проверки нормальности распределения.
  - Условия применения критерия Шапиро-Уилка для проверки нормальности распределения.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы и темы для самоконтроля знаний.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.

3) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995.- 291с.

4) Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2004. - 287 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=76845>

5) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе <http://www.ЭлектроннаяБиблиотекаМГУ> - [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)

6) Сайт теория вероятностей и математическая статистика <http://www.teorver.ru/>  
Сайт "Теория вероятностей" <http://tever.ru/>

### **Глоссарий**

*Коэффициент эксцесса (коэффициент островершинности) в теории вероятностей* - мера остроты пика распределения случайной величины.

*Асимметрия* - отсутствие или нарушение симметрии.

*Гистограмма* в математической статистике - это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него.

### **Вопросы для изучения по теме:**

- ✓ Количественная непрерывная изменчивость, закон нормального распределения.
- ✓ Асимметрия и эксцесс.
- ✓ Проверка гипотезы о нормальности распределения с помощью критерия хи-квадрат.
- ✓ Проверка нормальности распределения с помощью критерия Шапиро-Уилка.
- ✓ Проверка нормальности распределения с помощью критерия Колмогорова-Смирнова.



### **Краткое изложение теоретического материала:**

Закон нормального распределения. Проверка нормальности распределения. Критерии хи-квадрат. Критерий Колмогорова-Смирнова. Критерий Шапиро-Уилка. Асимметрия и эксцессивность и их характеристика.

### **Тема 3. Генеральная и выборочная совокупность. Параметрические характеристики выборки.**

**Аннотация.** Данная тема дает представление о параметрических критериях используемых для проверки статистических гипотез, разработанных для анализа зависимых и независимых выборок, соответствующих закону нормального распределения.

**Ключевые слова.** Совокупность, генеральная совокупность, выборочная совокупность, выборка, закон нормального распределения

#### **Методические рекомендации по изучению темы:**

- В данной лекции приводятся представление о параметрических методах статистического анализа.
- В качестве самостоятельной работы предлагается написание эссе по следующим темам (на выбор студента):
  - Параметрические характеристики выборки
  - Вероятность и достоверность
  - Особенности нормального распределения
  - Эксцесс и асимметрия
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы и темы для самоконтроля знаний.

#### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.

- 3) Плохинский Н.А. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биол. спец. ун-тов..- М.: Изд. МГУ, 1970. - 367с.
- 4) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.
- 5) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении.М.: МГУ, 1995.- 291с.
- 6) Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=217167>
- 7) Википедия - свободная энциклопедия  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=8#top](http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=8#top)

### **Глоссарий**

*Независимые выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки;

*Зависимые (парные, сопряженные) выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

### **Вопросы для изучения:**

- ✓ Статистические гипотезы и их проверка
- ✓ Среднее значение, его смысл.
- ✓ Параметрические оценки среднего значения для количественных признаков
- ✓ Параметрические оценки среднего значения для качественных признаков

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Генеральная и выборочная совокупность. Параметрические показатели выборки. Условия применения параметрических показателей выборки. Основные параметрические показатели выборки.

## **Тема 4. Законы распределения отличные от нормального распределения.**

### **Непараметрические характеристики выборки.**

**Аннотация.** Данная тема дает представление об условиях применения непараметрических показателей выборки.

**Ключевые слова.** Нормальный закон, логарифмически нормальный закон, распределение варьирования, распределение качественных признаков.

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о непараметрических критериях используемых для проверки статистических гипотез
- В качестве самостоятельной работы предлагается написать эссе по следующим темам (на выбор студента):
  - математическое ожидание
  - медиана и мода
  - квартили
  - точное и интервальное оценивание математического ожидания
  - точное и интервальное оценивание медианы
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

1) Самсонова В.П., Мешалкина Ю.Л., Дядькина С.Е. Практикум на компьютере по курсу: "математическая статистика" М. изд-во МГУ, 2005 г. 150 с. (доступно на

[http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=25#top](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=25#top))

2) Домашнее задание по некоторым простейшим задачам математической статистики: Для студентов физ.фак. / ; Казан.гос.ун-т; Сост.: Билялов Р.Ф., Никитин Б.С. Казань: Б.и., 1996. 12с. 500р.

3) Балахчев Г.Н. Основы математической обработки и статистическое обоснование экспериментального материала: [методическое пособие для курса математическая статистика в почвоведении] / Г. Н. Балахчев, Г. Ф. Копосов;

Казан. гос. ун-т, Биол.-почв. фак. Казань: [Казанский государственный университет], 2007 - 30с.

4) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.

5) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.

6) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995.- 291с.

7) Википедия - свободная энциклопедия  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=8#top](http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=8#top))

### **Глоссарий**

*Медиана* - значение признака, которое приходится на середину ранжированного ряда и делит его на две равные по числу единиц части.

*Мода* - значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

*Квартили* - значение, ниже которого лежит часть распределения вероятностей случайной величины, кратная одной четвертой.

*Математическое ожидание* — среднее значение случайной величины (распределение вероятностей случайной величины, рассматривается в теории вероятностей).

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Нормальный и логарифмически нормальный законы распределений варьирования. Распределение качественных признаков. Распределение дискретных величин. Условия применения непараметрических показателей выборки. Непараметрические показатели выборки и нормальное распределение.

## **Тема 5. Параметрические методы проверки статистических гипотез.**

**Аннотация.** Данная тема дает представление о параметрических критериях используемых для проверки статистических гипотез, разработанных для анализа зависимых и независимых выборок, соответствующих закону нормального распределения.

**Ключевые слова.** Совокупность, генеральная совокупность, выборочная совокупность, выборка, закон нормального распределения

### **Методические рекомендации по изучению темы:**

- В данной лекции приводятся представление о параметрических методах статистического анализа.
- В качестве самостоятельной работы студентам предлагается ответить на вопросы:
  - Статистические гипотезы и их проверка
  - Использование критерия Стьюдента
  - Парный двухвыборочный t-тест.
  - Анализ независимых выборок.
  - F-тест на равенство дисперсий. Две выборки.
  - Выбраковка сомнительных дат
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы и темы для самоконтроля знаний.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.
- 3) Плохинский Н.А. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биол. спец. ун-тов.- М.: Изд. МГУ, 1970. - 367с.
- 4) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.

5) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995. - 291с.

6) Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=217167>

7) Википедия - свободная энциклопедия  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=8#top](http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=8#top))

### **Глоссарий**

*t-критерий Стьюдента* - общее название для класса методов статистической проверки гипотез (статистических критериев), основанных на распределении Стьюдента.

*Независимые выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки;

*Зависимые (парные, сопряженные) выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

### **Вопросы для изучения:**

- ✓ Статистические гипотезы и их проверка
- ✓ Использование критерия Стьюдента.
- ✓ Парный двухвыборочный t-тест.
- ✓ Анализ независимых выборок.
- ✓ F-тест на равенство дисперсий. Две выборки.
- ✓ Выбраковка сомнительных дат

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Параметрические и непараметрические критерии проверки статистических гипотез. t- распределение Стьюдента. Форма кривой t- распределения Стьюдента. F- распределение Фишера. Форма кривой F- распределения Фишера. Зависимость формы кривой F- распределение Фишера от объема

выборки. Статистические гипотезы и их проверка. Сравнение двух и нескольких дисперсий.

### **Тема 6. Непараметрические методы проверки статистических гипотез.**

**Аннотация.** Данная тема дает представление о непараметрических критериях используемых для проверки статистических гипотез, разработанных для анализа зависимых и независимых выборок, не соответствующих (или соответствующих) закону нормального распределения.

**Ключевые слова.** Критерий Уилкоксона, критерий Манн-Уитни.

#### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о непараметрических критериях используемых для проверки статистических гипотез
- В качестве самостоятельной работы студентам провести оценку значимости разности средних с применением непараметрических критериев.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

#### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

1) Самсонова В.П., Мешалкина Ю.Л., Дядькина С.Е. Практикум на компьютере по курсу: "математическая статистика" М. изд-во МГУ, 2005 г. 150 с. (доступно на

[http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=25#top](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=25#top))

2) Домашнее задание по некоторым простейшим задачам математической статистики: Для студентов физ.фак. / ; Казан.гос.ун-т; Сост.: Билялов Р.Ф., Никитин Б.С. / Казань: Б.и., 1996. / 12с. / 500р.

3) Балахчев Г.Н. Основы математической обработки и статистическое обоснование экспериментального материала: [методическое пособие для курса математическая статистика в почвоведении] / Г. Н. Балахчев, Г. Ф. Копосов;

Казан. гос. ун-т, Биол.-почв. фак. Казань: [Казанский государственный университет], 2007 - 30с.

4) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.

5) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.

6) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995.- 291с.

7) Википедия - свободная энциклопедия  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=8#top](http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=8#top))

### **Глоссарий**

*T-критерий Уилкоксона* - непараметрический статистический тест (критерий), используемый для проверки различий между двумя выборками парных измерений.

*U-критерий Манна-Уитни* - статистический критерий, используемый для оценки различий между двумя независимыми выборками по уровню какого-либо признака, измеренного количественно. Позволяет выявлять различия в значении параметра между малыми выборками.

### **Вопросы для изучения:**

- ✓ Непараметрические критерии проверки гипотез
- ✓ W-критерий Ван-дер-Вардена
- ✓ T-критерий Уилкоксона
- ✓ U – критерий Манн-Уитни

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Непараметрические методы проверки статистических гипотез. Условия применения непараметрических методов проверки статистических гипотез. Использование критерия Ван-дер-Вардена. Использование критерия Уилкоксона для оценки зависимых (парных) выборок. Использование критерия Манн-Уитни для оценки независимых выборок.



## **Тема 7. Дисперсионный анализ. Анализ однофакторных дисперсионных комплексов.**

**Аннотация.** В данной теме дается представление о принципах проведения однофакторного дисперсионного анализа. Рассматриваются методы проведения однофакторного дисперсионного анализа.

**Ключевые слова.** Дисперсионный анализ, критерий Фишера, однофакторные дисперсионные комплексы.

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о принципах дисперсионного анализа, видах дисперсионного анализа. Рассматриваются методы проведения дисперсионного анализа
- В качестве самостоятельной работы предлагается провести самостоятельный расчет предоставленного преподавателем однофакторного дисперсионного комплекса в электронных таблицах.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.
- 3) Плохинский Н.А. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биол. спец. ун-тов.- М.: Изд. МГУ, 1970. - 367с.
- 4) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.
- 5) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении.М.: МГУ, 1995.- 291с.
- 6) Дмитриев Евгений Анатольевич Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе <http://www>

[http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d);

## **Глоссарий**

*Дисперсионный анализ* — метод в математической статистике, направленный на поиск зависимостей в экспериментальных данных путём исследования значимости различий в средних значениях

*Синергия* - суммирующий эффект взаимодействия двух или более факторов.

### **Вопросы для изучения:**

- ✓ Дисперсионный анализ
- ✓ Однофакторный дисперсионный анализ
- ✓ Виды дисперсионных комплексов
- ✓ Дисперсия
- ✓ Градация факторов
- ✓ Случайные факторы

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Принципы однофакторного дисперсионного анализа. Общие принципы. F-распределение Фишера и дисперсионный анализ. дисперсионные комплексы. Достоинства дисперсионного анализа перед другими параметрическими методами проверки статистических гипотез. Фиксированные и случайные градации факторов. Равномерные и неравномерные комплексы. Разложение дисперсий при дисперсионном анализе. Общая дисперсия, общифакториальная дисперсия, остаточная (случайная) дисперсия.

## **Тема 8. Анализ многофакторных дисперсионных комплексов.**

### **Использование дисперсионного анализа для оценки результатов полевых опытов.**

**Аннотация.** В данной теме дается представление о принципах проведения многофакторного дисперсионного анализа, видах многофакторных дисперсионных комплексов. Рассматриваются методы проведения двухфакторного дисперсионного анализа.

**Ключевые слова.** Дисперсионный анализ, критерий Фишера, многофакторные дисперсионные комплексы.

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о принципах дисперсионного анализа, видах дисперсионного анализа. Рассматриваются методы проведения дисперсионного анализа
- В качестве самостоятельной работы предлагается провести самостоятельный расчет предоставленного преподавателем двухфакторного дисперсионного комплекса в электронных таблицах.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 2) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.
- 3) Плохинский Н.А. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биол. спец. ун-тов.- М.: Изд. МГУ, 1970. - 367с.
- 4) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.
- 5) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении.М.: МГУ, 1995.- 291с.
- 6) Дмитриев Евгений Анатольевич Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе <http://www.Электронная библиотека МГУ> - [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)

## **Глоссарий**

*Дисперсионный анализ* — метод в математической статистике, направленный на поиск зависимостей в экспериментальных данных путём исследования значимости различий в средних значениях

*Синергия* - суммирующий эффект взаимодействия двух или более факторов,

*Антагонизм* - соперничество, конкуренция, борьба, противостояние, противоречия. Термин употребляется в различных областях

*Аддитивность* - свойство величин, состоящее в том, что значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям, в некотором классе возможных разбиений объекта на части.

### **Вопросы теме для изучения:**

- ✓ Многофакторный дисперсионный анализ
- ✓ Виды дисперсионных комплексов
- ✓ Двухфакторный дисперсионный анализ
- ✓ Равномерный дисперсионный комплекс
- ✓ Пропорциональный дисперсионный комплекс
- ✓ Неравномерный дисперсионный комплекс

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Принципы многофакторного дисперсионного анализа. Многофакторные дисперсионные комплексы. Равномерные, пропорциональные и неравномерные комплексы. Ортогональные и неортогональные дисперсионные комплексы. Разложение дисперсий при проведении многофакторного дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с повторностями и бесповторностей. Условия применимости дисперсионного анализа и использование нелинейных преобразований исходных данных. Методика проведения многофакторного дисперсионного анализа.

## **Тема 9. Корреляционный анализ**

**Аннотация.** В данной теме дается представление о принципах проведения корреляционного анализа. Дается оценка различных методов корреляционного анализа, условия их применения. Рассматривается параметрический показатель – коэффициент корреляции Пирсона и непараметрический показатель – коэффициент корреляции Спирмена.

**Ключевые слова.** Корреляционный анализ, коэффициент корреляции Пирсона, коэффициент корреляции Спирмена

### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о принципах корреляционного анализа. Рассматриваются методы оценки корреляции
- В качестве самостоятельной работы предлагается провести самостоятельный расчет корреляции между данными (предоставленного преподавателем) электронных таблицах.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

- 1) Гиниятуллин К.Г. Решение задач корреляционного и регрессионного анализа в электронных таблицах MS EXCEL Методическое пособие Казань: Изд-во Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2008. 32 с.
- 2) Акберова Н.И. Описательная статистика. Интервальные оценки. Учебно-методическое руководство и сборник задач к практическим занятиям по курсу «Математические методы в биохимии». – Казань: Типография издательского центра Казанского гос. ун-та, 2004. - 40 с.
- 3) Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.пособие для студентов вузов - 6-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 1998. - 479 с.
- 4) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. - М.: МГУ, 1972. - 292с.

5) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований). - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985. – 351 с.

6) Плохинский Н.А. Математические методы в биологии. учебно-методическое пособие. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. - 265 с.

7) Дмитриев Евгений Анатольевич Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе [http://www](http://www.Электронная библиотека МГУ -)

[http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)

### **Глоссарий**

*Корреляция, корреляционная зависимость* — статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми).

*Корреляционный анализ* — метод обработки статистических данных, с помощью которого измеряется теснота связи между двумя или более переменными

*Коэффициент детерминации ( $R^2$  — *R-квадрат*)* — это доля дисперсии зависимой переменной, объясняемая рассматриваемой моделью зависимости, то есть объясняющими переменными.

### **Вопросы для изучения по теме:**

- ✓ Основные понятия корреляционного и регрессионного анализа
- ✓ Параметрические методы оценки связи между изучаемыми признаками
- ✓ Однофакторная линейная корреляция и регрессия.
- ✓ Непараметрические показатели связи.
- ✓ Коэффициент корреляции рангов Спирмена

### **Краткое изложение теоретического материала:**

Понятие аргумент и функция. Функциональная и статистическая зависимость между аргументом и функцией. Однофакторные и многофакторные математические модели. Линейные и криволинейные функции. Эмпирическая

линия регрессии. Уравнение регрессии. Нанограмма. Переменные уравнения регрессии. Аппроксимация данных. Интерполяция данных. Экстраполяция данных.

### **Тема 9. Регрессионный анализ.**

**Аннотация.** В данной теме дается представление о принципах проведения регрессионного анализа. Дается оценка различных методов регрессионного анализа. Отдельно рассматривается однофакторная линейная и нелинейная регрессия. Рассматриваются области применения метода наименьших квадратов.

**Ключевые слова.** Регрессионный анализ, линейная регрессия, нелинейная регрессия, метод наименьших квадратов.

#### **Методические рекомендации по изучению темы**

- Тема содержит лекционную часть, где дается общее представление о принципах регрессионного анализа. Рассматриваются методы оценки корреляции
- В качестве самостоятельной работы предлагается провести самостоятельный расчет уравнения регрессии между данными (предоставленного преподавателем) электронных таблиц.
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы.

#### **Рекомендуемые информационные ресурсы:**

1) Гиниятуллин К.Г. Решение задач корреляционного и регрессионного анализа в электронных таблицах MS EXCEL Методическое пособие Казань: Изд-во Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2008. 32 с.  
20 Акберова Н.И. Описательная статистика. Интервальные оценки. Учебно-методическое руководство и сборник задач к практическим занятиям по курсу «Математические методы в биохимии». – Казань: Типография издательского центра Казанского гос. ун-та, 2004. - 40 с.

3) Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов - 6-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 1998. - 479 с.

4) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. - М.: МГУ, 1972. - 292с.

5) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований). - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985. – 351 с.

6) Дмитриев Евгений Анатольевич Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе <http://www> Электронная библиотека МГУ -

[http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d);

### **Глоссарий**

*Регрессионный анализ* - статистический метод исследования влияния одной или нескольких независимых переменных  $X_1, X_2, \dots, X_r$  на зависимую переменную  $Y$ .

*Мультиколлинеарность* - наличие линейной зависимости между независимыми переменными (факторами) регрессионной модели. При этом различают *полную коллинеарность*, которая означает наличие функциональной (тождественной) линейной зависимости и *частичную* или просто *мультиколлинеарность* - наличие сильной корреляции между факторами.

*Независимая переменная* - в эксперименте переменная, которая намеренно манипулируется или выбирается экспериментатором с целью выяснить ее влияние на зависимую переменную.

*Зависимая переменная* - в научном эксперименте измеряемая переменная, изменения которой связывают с изменениями независимой переменной.

### **Вопросы для изучения по теме:**

- ✓ Основные понятия корреляционного и регрессионного анализа
- ✓ Параметрические методы оценки связи между изучаемыми признаками



- ✓ Однофакторная линейная корреляция и регрессия.
- ✓ Непараметрические показатели связи.
- ✓ Коэффициент корреляции рангов Спирмена

**Краткое изложение теоретического материала:**

Прямолинейная регрессия. Связь дисперсионного и регрессионного анализов. Уравнение регрессии. Эмпирическая и теоретическая линии регрессии. Коэффициенты регрессии и их смысл. Линейная регрессия. Ошибка коэффициента регрессии. Статистическая значимость параметров регрессии и ее оценка. Нелинейная регрессия. Формулы используемые для описания нелинейных регрессий. Парабола второго рода. Парабола третьего рода. Гипербола первого рода. Парабола второго рода. Степенные уравнения. Показательное уравнение. Экспоненциальное уравнение. Методы подбора эмпирических формул. Метод линеаризации кривых. Проведение однофакторного нелинейного регрессионного анализа методом наименьших квадратов.

## **Общий глоссарий к ЭОР «Математические методы в почвоведении»**

*Генеральная совокупность, генеральная выборка* (от лат. *generis* - общий, *родовой* - совокупность всех объектов (единиц), относительно которых учёный намерен делать выводы при изучении конкретной проблемы.

*Выборочная совокупность* - часть генеральной совокупности элементов, которая охватывается наблюдением.

*Коэффициент эксцесса (коэффициент островершинности) в теории вероятностей* - мера остроты пика распределения случайной величины.

*Асимметрия* - отсутствие или нарушение симметрии.

*Гистограмма* в математической статистике - это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него.

*Независимые выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки;

*Зависимые (парные, сопряженные) выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

*Медиана* - значение признака, которое приходится на середину ранжированного ряда и делит его на две равные по числу единиц части.

*Мода* - значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

*Квартили* - значение, ниже которого лежит часть распределения вероятностей случайной величины, кратная одной четвёртой.

*Математическое ожидание* — среднее значение случайной величины (распределение вероятностей случайной величины, рассматривается в теории вероятностей).

*t-критерий Стьюдента* - общее название для класса методов статистической проверки гипотез (статистических критериев), основанных на распределении Стьюдента.

*Независимые выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки;

*Зависимые (парные, сопряженные) выборки* - выборки в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

*T-критерий Уилкоксона* - непараметрический статистический тест (критерий), используемый для проверки различий между двумя выборками парных измерений.

*U-критерий Манна-Уитни* - статистический критерий, используемый для оценки различий между двумя независимыми выборками по уровню какого-либо признака, измеренного количественно. Позволяет выявлять различия в значении параметра между малыми выборками.

*Дисперсионный анализ* — метод в математической статистике, направленный на поиск зависимостей в экспериментальных данных путём исследования значимости различий в средних значениях

*Синергия* - суммирующий эффект взаимодействия двух или более факторов.

*Дисперсионный анализ* — метод в математической статистике, направленный на поиск зависимостей в экспериментальных данных путём исследования значимости различий в средних значениях

*Синергия* - суммирующий эффект взаимодействия двух или более факторов,

*Антагонизм* - соперничество, конкуренция, борьба, противостояние, противоречия. Термин употребляется в различных областях

*Аддитивность* - свойство величин, состоящее в том, что значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям, в некотором классе возможных разбиений объекта на части.

*Корреляция, корреляционная зависимость* — статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми).

*Корреляционный анализ* — метод обработки статистических данных, с помощью которого измеряется теснота связи между двумя или более переменными

*Коэффициент детерминации ( $R^2$  — *R-квадрат*)* — это доля дисперсии зависимой переменной, объясняемая рассматриваемой моделью зависимости, то есть объясняющими переменными.

*Регрессионный анализ* - статистический метод исследования влияния одной или нескольких независимых переменных  $X_1, X_2, \dots, X_p$  на зависимую переменную  $Y$ .

*Мультиколлинеарность* - наличие линейной зависимости между независимыми переменными (факторами) регрессионной модели. При этом различают *полную коллинеарность*, которая означает наличие функциональной (тождественной)

линейной зависимости и *частичную* или просто *мультиколлинеарность* - наличие сильной корреляции между факторами.

*Независимая переменная* - в эксперименте переменная, которая намеренно манипулируется или выбирается экспериментатором с целью выяснить ее влияние на зависимую переменную.

*Зависимая переменная* - в научном эксперименте измеряемая переменная, изменения которой связывают с изменениями независимой переменной.

**Общие информационные ресурсы ЭОР «Математические методы в почвоведении»:**

- 1) Акберова Н.И. Описательная статистика. Интервальные оценки. Учебно-методическое руководство и сборник задач к практическим занятиям по курсу «Математические методы в биохимии». – Казань: Типография издательского центра Казанского гос. ун-та, 2004. - 40 с.
- 2) Балахчев Г.Н. Основы математической обработки и статистическое обоснование экспериментального материала: [методическое пособие для курса математическая статистика в почвоведении] / Г. Н. Балахчев, Г. Ф. Копосов; Казан. гос. ун-т, Биол.-почв. фак..Казань: [Казанский государственный университет], 2007 - 30с.
- 3) Википедия - свободная энциклопедия  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=8#top](http://ru.wikipedia.org/wiki/w.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=8#top))
- 4) Гиниятуллин К.Г. Решение задач корреляционного и регрессионного анализа в электронных таблицах MS EXCEL Методическое пособие Казань: Изд-во Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2008. 32 с.
- 5) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман.-12-е изд., перераб.- Москва: Высш. образование, 2007.- 478с.
- 6) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. Изд. 3, испр. и доп. 2009. 328 с. (доступно на Интернет ресурсе <http://www.ЭлектроннаяБиблиотекаМГУ> - [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)
- 7) Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении. М.: МГУ, 1995.- 291с.
- 8) Домашнее задание по некоторым простейшим задачам математической статистики: Для студентов физ.фак. / ; Казан.гос.ун-т;Сост.:Билялов Р.Ф.,Никитин Б.С.?Казань: Б.и., 1996.?12с..?500р.

- 9) Доспехов Б.А. Методика полевого опыта / Б.А. Доспехов; [Предисл. Д. В. Васильевой и др.]. - 5-е изд., доп. и перераб. - М.: Агропромиздат, 1985.- 351 с.
- 10) Лакин Г.Ф. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биолог. спец. вузов..- 4-е изд., перераб. и доп..- М.: Высш. шк., 1990. - 351с.
- 11) Плохинский Н.А. Биометрия.: Учеб. пособие для студ. биол. спец. ун-тов..- М.: Изд. МГУ, 1970. - 367с.
- 12) Сайт "Теория вероятностей" <http://tever.ru/>
- 13) Сайт теория вероятностей и математическая статистика <http://www.teorver.ru/>
- 14) Самсонова В.П., Мешалкина Ю.Л., Дядькина С.Е. Практикум на компьютере по курсу: "математическая статистика" М. изд-во МГУ, 2005 г. 150 с.  
(доступно на [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format\\_search=d&n=25#top](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=%20&by=author&format_search=d&n=25#top))
- 15) Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2004. - 287 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=76845>
- 16) Электронная библиотека МГУ - [http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format\\_search=d;](http://www.pochva.com/studentu/study/books/index.php?query=&by=author&format_search=d;)

**Вопросы к итоговой оценке знаний (экзамену) ЭОР «Математические методы в почвоведении»**

1. Нормальный закон распределения варьирования.
2.  $t$  преобразование нормального закона. Распределение  $t$  величины.
3. Непараметрические методы проверки статистических гипотез. Использование критерия Манн-Уитни.
4. Проверка нормальности распределения. Критерий хи-квадрат.
5. Непараметрические методы проверки статистических гипотез. Использование критерия Вилкоксона.
6. Проверка нормальности распределения. Критерий Колмогорова-Смирнова.
7. Точечные оценки. Проверка гипотезы о равенстве среднего определенной величине.
8. Проверка нормальности распределения. Критерий Шапиро-Уилка.
9. Способы выбраковки сомнительных данных.
10.  $F$ -преобразование Фишера. Использование  $F$  критерия для оценки гипотезы о равенстве средних величин.
11. Парный двухвыборочный  $t$ -тест.
12. Основы дисперсионного анализа. Отношение дисперсий и  $F$  величина.
13. Распределение  $F$  величины.
14. Двухвыборочный  $t$ -тест независимых данных.
15. Особенности распределение дискретных величин.
16. Дисперсионный анализ. Многофакторные дисперсионные комплексы. Виды дисперсионных комплексов. Взаимовлияние факторов.
17. Регрессионный анализ. Уравнение регрессии. Эмпирическая и теоретическая линии регрессии. Коэффициенты регрессии и их смысл. Линейная регрессия. Статистическая значимость параметров регрессии и ее оценка.
18. Параметрические характеристики выборки. Среднее арифметическое (выборочное). Дисперсия. Стандартное отклонение. Ошибка среднего. Коэффициент вариации. Взвешенное среднее арифметическое.



19. Корреляционный анализ. Непараметрические методы корреляционного анализа.
20. Непараметрические характеристики выборки. Мода. Медиана. Квантили.
21. Дисперсионный анализ. Однофакторные дисперсионные комплексы. Равномерные и неравномерные комплексы. Анализ однофакторных дисперсионных комплексов
22. Асимметрия и эксцесс.
23. Корреляционный анализ. Параметрические методы корреляционного анализа.